

# Reconstructing Depth Information from Surface Normal Vectors

Alexander Wenner, Christoph Brune

Lehrstuhl Professor Dr. X. Jiang  
Institut für Informatik  
Universität Münster

December 22, 2005

# Inhaltsverzeichnis

- 1 **Einleitung**
  - Motivation
  - Zielsetzung der Arbeit
  - Lösungsansätze
- 2 **Analyse**
  - Anforderungen
  - Lokales Integrationsverfahren
  - Globales Integrationsverfahren
- 3 **Tests**
  - Testkriterien
  - Testfälle
  - Zusammenfassung
- 4 **Zusammenfassung und Ausblick**

# Inhaltsverzeichnis

- 1 **Einleitung**
  - Motivation
  - Zielsetzung der Arbeit
  - Lösungsansätze
- 2 Analyse
  - Anforderungen
  - Lokales Integrationsverfahren
  - Globales Integrationsverfahren
- 3 Tests
  - Testkriterien
  - Testfälle
  - Zusammenfassung
- 4 Zusammenfassung und Ausblick

# Motivation

Teilaspekt der Bildanalyse:  
auf Grund von Informationen aus 2D Bildern Aussagen über die  
3D Geometrie einer dargestellten Szene machen

# Motivation

- ein Beispiel aus der Astronomie
- Sonde Magellan liefert nur grobe Höheninformationen aber hoch auflösende Schattierungsinformationen

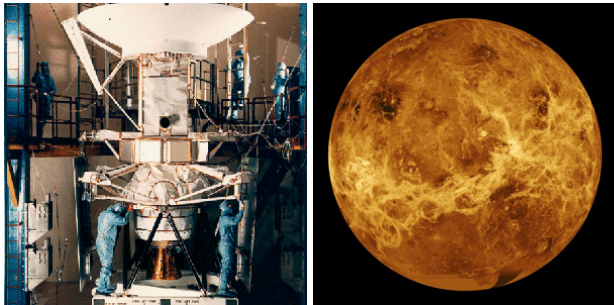


Figure: Oberflächenbild der Venus und die Sonde Magellan

# Beispielvorgang

- 1 Oberflächenorientierung durch shape-from-X
- 2 Rekonstruktion der Oberfläche

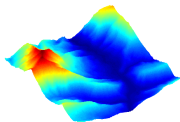
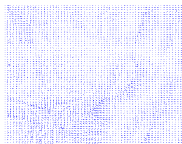
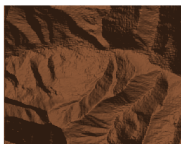


Figure: Rekonstruktionskette

# Zielsetzung der Arbeit

- *Reconstructing Depth Information from Surface Normal Vectors*
- Normale für jedes Pixel gegeben
- Ziel: Höheninformationen für jeden Bildpunkt

# Ausgangsdaten

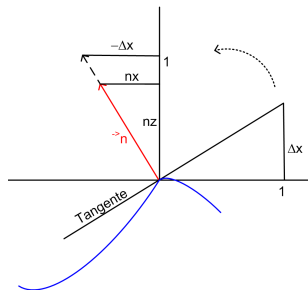


Figure: Zusammenhang zwischen Gradient und Normalenvektor

- Normalen enthalten Gradienteninformationen

# Zielsetzung der Arbeit

- Gradientenfeld gegeben,  $p$  und  $q$  Komponentenfunktionen

$$\text{grad}(Z(x, y)) = (p(x, y), q(x, y)) = \left( \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \right)$$

- Ziel: Berechnung von  $Z(x, y)$  aus  $p$  und  $q$

# Lösungsansätze

- generelle Lösungsstrategie: Integration des Gradientenfeldes
- Vielzahl an Lösungen
- Einschränkung durch Forderung einer Integrierbarkeitsbedingung:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 Z}{\partial y \partial x} \quad , d.h. \quad p_y = q_x$$

# Lösungsansätze

- Unterteilung in zwei Klassen von Verfahren
  - lokale Verfahren
  - globale Verfahren

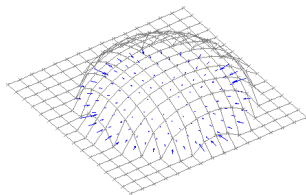
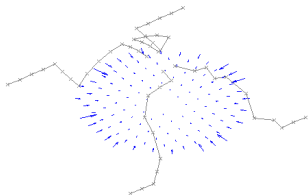
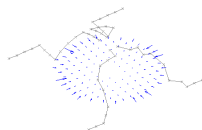


Figure: lokale und globale Lösungsverfahren

# lokale Verfahren

- Integration entlang eines Weges durch das Gradientenfeld

$$Z(x, y) = Z(x_0, y_0) + \int_{\gamma} p(x, y) dx + q(x, y) dy$$

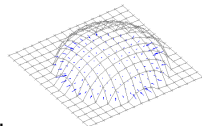


- Variation durch Wahl des Integrationsweges und Art der Approximation
- Problem: Fehlerpropagation entlang des Weges

# globale Verfahren

- Optimierung eines Zielfunktional

$$W = \int_x \int_y |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 dy dx$$



- Variation durch Wahl der Optimierungsmethode
- Erweiterungen des Zielfunktional

# Inhaltsverzeichnis

- 1 Einleitung
  - Motivation
  - Zielsetzung der Arbeit
  - Lösungsansätze
- 2 **Analyse**
  - Anforderungen
  - Lokales Integrationsverfahren
  - Globales Integrationsverfahren
- 3 Tests
  - Testkriterien
  - Testfälle
  - Zusammenfassung
- 4 Zusammenfassung und Ausblick

# Anforderungen

- Robustheit gegenüber Fehlern
- Steuerung durch Parameter
- einfache Implementierung

# Lokales Integrationsverfahren

- vier-Scan-Methode von Klette und Schlüns [KISc]
- Eingabe: diskretes Gradientenvektorfeld der Größe  $M \times N$
- Idee:
  - viermaliges Durchlaufen des Feldes, ausgehend von den vier Ecken
  - Betrachtung  $2 \times 2$  Nachbarschaft in jedem Punkt
  - Mittelung der Ergebnisse der vier Durchläufe

# Lokales Integrationsverfahren

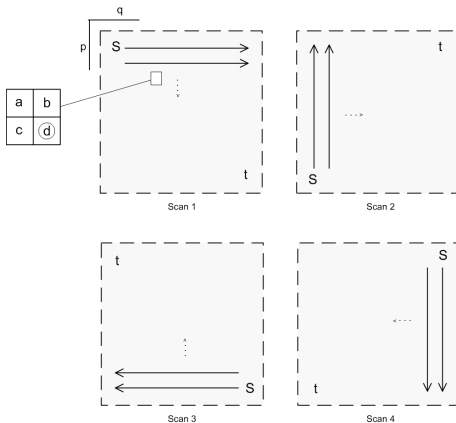


Figure: Integrationswege für die vier-Scan-Methode

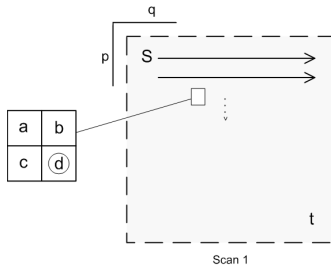
# Lokales Integrationsverfahren (Scan 1)

- Berechnung des Höhenschrittes in der Nachbarschaft

$$Z_1(d) = \frac{Z_1(b) + Z_1(c)}{2} + \frac{\Delta x + \Delta y}{2}$$

$$\Delta x = \frac{p(a) + p(b) + p(c) + p(d)}{4}$$

$$\Delta y = \frac{q(a) + q(b) + q(c) + q(d)}{4}$$



- Spezialfälle am Startpunkt und Rand
- implizite Berechnung eines Wegintegrals

$$Z_1(x, y) = Z_1(0, 0) + \sum_{\bar{x} \leq x} \sum_{\bar{y} \leq y} (a_{\bar{x}, \bar{y}} p(\bar{x}, \bar{y}) + b_{\bar{x}, \bar{y}} q(\bar{x}, \bar{y}))$$

# Lokales Integrationsverfahren

- abschließende Mittelung

$$Z(x, y) = \frac{Z_1(x, y) + Z_2(x, y) + Z_3(x, y) + Z_4(x, y)}{4}$$

- Robustheit durch Mittelung der vier Ergebnisse
- Implementierung in Java

# Globales Integrationsverfahren

- Verfahren von Wei und Klette [WeKI]
- Eingabe: diskretes Gradientenvektorfeld der Größe  $M \times N$
- Idee:
  - Optimierung eines Zielfunktional
  - Einführung von zusätzlichen Bedingungen
  - Steuerung dieser durch regularisierende Parameter
  - Optimierung mit Hilfe der Fouriertransformation

# Globales Integrationsverfahren

- erweitertes Zielfunktional

$$\begin{aligned} W &= \int_x \int_y |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 dy dx \\ &+ \lambda \int_x \int_y |Z_x|^2 + |Z_y|^2 dy dx \\ &+ \mu \int_x \int_y |Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 dy dx \end{aligned}$$

- Zusammenhang zwischen Oberfläche und Gradientenfeld
- Flächenbedingung
- Oberflächenkrümmung
- Parameter  $\lambda, \mu \geq 0$  zur Gewichtung

# Diskretisierung

- diskretes Gradientenfeld als Eingabe

$$\begin{aligned}
 W &= \int_x \int_y |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 dydx + \lambda \int_x \int_y |Z_x|^2 + |Z_y|^2 dydx \\
 &\quad + \mu \int_x \int_y |Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 dydx \\
 \underbrace{\approx}_{\text{Diskr.}} &\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 + \lambda \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |Z_x|^2 + |Z_y|^2 \\
 &\quad + \mu \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 \\
 &=: \tilde{W}
 \end{aligned}$$

# Globales Integrationsverfahren

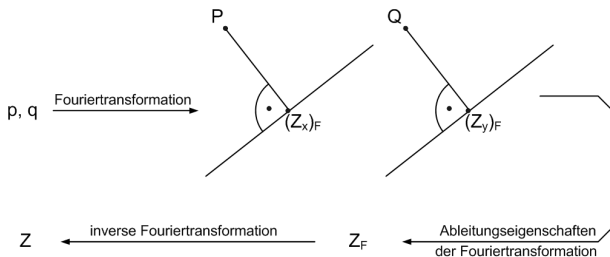
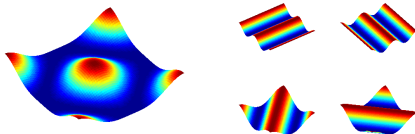


Figure: Vorgehensweise mit Hilfe der Fouriertransformation

# diskrete Fouriertransformation

- diskrete Fouriertransformation:

$$Z_F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} Z(x, y) e^{-2\pi i (\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} Z(x, y) (\cos(\dots) + i \sin(\dots))$$



- inverse diskrete Fouriertransformation:

$$Z(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} Z_F(u, v) e^{2\pi i (\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

# Approximation der Ableitungen

- Approximation der Ableitung

$$Z_x(x, y) = \frac{1}{2}(Z(x+1, y) - Z(x-1, y))$$

- Einsetzen der Fouriertransformation

$$Z_x(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F(u, v) e^{2\pi i\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

$$(Z_x)_F(u, v) = i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F(u, v)$$

- analog für Ableitungen  $Z_y, Z_{xx}, Z_{yy}, Z_{xy}$

# Parsevalsche Formel

- Verwendung der Parsevalsche Formel

$$\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |f(x, y)|^2 = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} |f_F(u, v)|^2$$

- Einsetzen in Zielfunktional

$$\begin{aligned} \tilde{W} &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |z_x - p|^2 + |z_y - q|^2 \\ &+ \lambda \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |z_x|^2 + |z_y|^2 \\ &+ \mu \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |z_{xx}|^2 + 2|z_{xy}|^2 + |z_{yy}|^2 \end{aligned}$$

# Optimierung

$$\begin{aligned}
 \tilde{W} = & \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \left( \sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F Z_F^* - i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F P^* \right. \\
 & \left. + i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F^* P + PP^* + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F Z_F^* \right. \\
 & \left. - i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F Q^* + i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F^* Q + QQ^* \right) \\
 & + \frac{\lambda}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \left( \sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right) Z_F Z_F^* \\
 & + \frac{\mu}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \left( \sin^4\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + 2 \sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right. \\
 & \left. + \sin^4\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right) Z_F Z_F^*
 \end{aligned}$$

# Optimierung



- Minimierung des Zielfunktional  $W$  durch

$$Z_F(u, v) = \frac{-i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) P(u, v) - i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Q(u, v)}{(1 + \lambda) \left(\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right)\right) + \mu \left(\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right)\right)^2},$$

für  $(u, v) \neq (0, 0)$

- $Z$  durch inverse Fouriertransformation aus  $Z_F$

# Globales Integrationsverfahren

- Robustheit durch globale Optimierung
- zusätzlich noch regularisierende Parameter  $\lambda$  und  $\mu$
- Implementierung in Java
- Verwendung des Java Advanced Imaging Package

# Inhaltsverzeichnis

- 1 Einleitung
  - Motivation
  - Zielsetzung der Arbeit
  - Lösungsansätze
- 2 Analyse
  - Anforderungen
  - Lokales Integrationsverfahren
  - Globales Integrationsverfahren
- 3 **Tests**
  - Testkriterien
  - Testfälle
  - Zusammenfassung
- 4 Zusammenfassung und Ausblick

# Testkriterien

- verschiedene 256x256 Pixel große Tiefenbilder als Ground Truth
- Approximation der Gradientenfelder durch Faltung mit Prewitt-Masken

$$\Delta x = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \Delta y = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Testkriterien

- Störungen zum Testen der Robustheit
- Gauss-Normalverteilung mit  $\mathbb{E} = 0$  und  $\mathbb{V} = 2$
- Vergleich mit Ground Truth über Mean Square Error

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (GT(x, y) - REC(x, y))^2$$

# Testfall: Halbsphäre

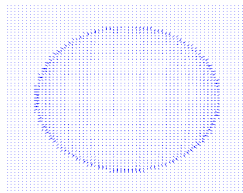
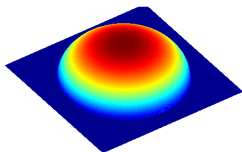


Figure: Tiefenbild der Halbkugel und zugehöriges Gradientenfeld

- Schwierigkeitsgrad niedrig
- Oberfläche stetig und differenzierbar
- keine Sprünge zwischen Rand und Hintergrund
- Auftreten aller Gradientenrichtungen

# Testfall: Halbsphäre

- Rekonstruktionen

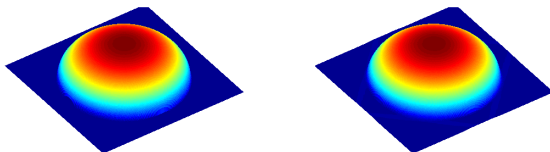


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- nahezu perfekte Rekonstruktion beider Verfahren bei optimalen Bedingungen

# Testfall: Halbsphäre

- gestörte Rekonstruktionen

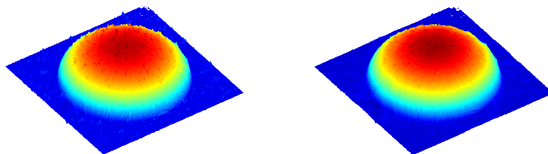
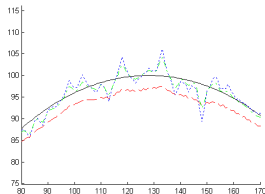
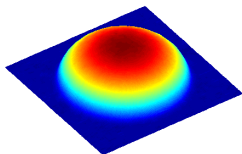


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- Grundstruktur korrekt rekonstruiert bei Störungen

# Testfall: Halbsphäre

- gestörte Rekonstruktion mit gesetzten Parametern



**Figure:** (a) globales Verfahren mit  $\lambda = 0.05$  und  $\mu = 10$  (b) Querschnitt bei  $x = 128$   
 (Kurvenfarbe: Originalbild schwarz, globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün,  
 globales Verfahren mit  $\lambda = 0.05$  und  $\mu = 10$  rot)

- globales Verfahren mit Regularisierung glättet Oberfläche

# Testfall: Halbsphäre

- MSE gestörter Rekonstruktionen

Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld	MSE
globales Verfahren	3.1872
lokales Verfahren	2.392
globales Verfahren mit $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$	6.983

Table: MSE Halbsphäre

- größere Entfernung zur Referenzoberfläche

# Testfall: X-förmiges Polyhedron

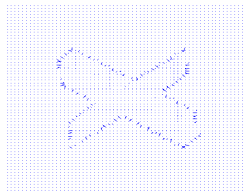
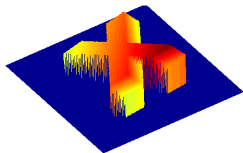


Figure: Tiefenbild des Buchstabens X und zugehöriges Gradientenfeld

- Schwierigkeitsgrad hoch
- Oberfläche weder stetig noch differenzierbar
- Höhenunterschiede zwischen Rand und Hintergrundebene

# Testfall: X-förmiges Polyhedron

- Rekonstruktionen

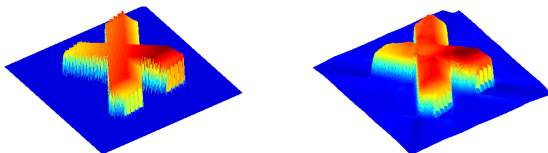


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- sehr gute Rekonstruktion des globalen Verfahren
- deutliche Fehler bei lokalem Verfahren

# Testfall: X-förmiges Polyhedron

- gestörte Rekonstruktionen

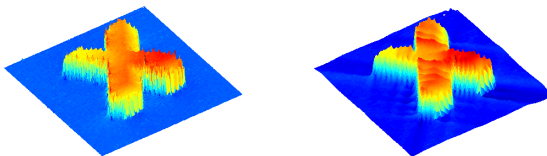
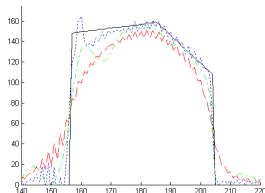
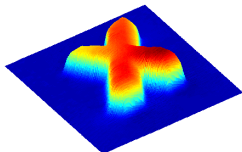


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- bei Störung Verschlechterung der Rekonstruktion an Kanten

# Testfall: X-förmiges Polyhedron

- gestörte Rekonstruktion mit gesetzten Parametern



**Figure:** (a) globales Verfahren mit  $\lambda = 0.05$  und  $\mu = 10$  (b) Querschnitt bei  $x = 80$   
 (Kurvenfarbe: Originalbild schwarz, globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün,  
 globales Verfahren mit  $\lambda = 0.05$  und  $\mu = 10$  rot)

- Entgegenwirken der Spitzen an Kanten durch globales Verfahren mit Regularisierung

# Testfall: X-förmiges Polyhedron

- MSE gestörter Rekonstruktionen

Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld	MSE
globales Verfahren	67.8903
lokales Verfahren	120.8
globales Verfahren mit $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$	183.2198

Table: MSE X

- vergrößerter Abstand zur Referenzkurve

# Testfall: Höhenkarte

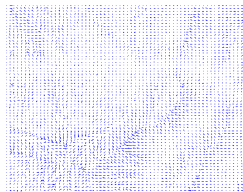
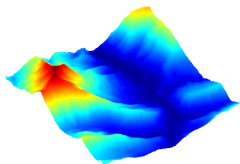


Figure: Höhenkarte und zugehöriges Gradientenfeld

- Problematik unseres Motivationsbeispiels
- Schwierigkeitsgrad mittel
- Oberfläche stetig und nicht differenzierbar
- viele und schnelle Richtungswechsel

# Testfall: Höhenkarte

- Rekonstruktionen

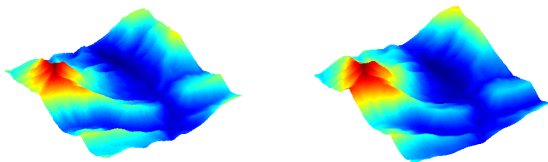


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- Verlust an Details bei beiden Verfahren

# Testfall: Höhenkarte

- Rekonstruktion mit gesetzten Parametern

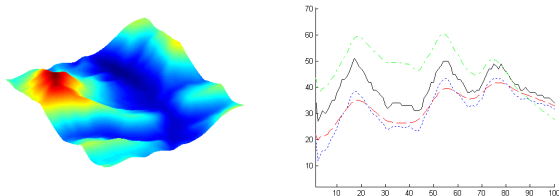


Figure: (a) globales Verfahren mit Parametern  $\lambda = 0.05$  und  $\mu = 10$  (b) Querschnitt bei  $x = 128$  (Kurvenfarbe: Originalbild schwarz, globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün, globales Verfahren mit  $\lambda = 0.05$  und  $\mu = 10$  rot)

- Regularisierungsparameter verschlimmern Situation

# Testfall: Höhenkarte

- MSE Rekonstruktionen

Verfahren	MSE
globales Verfahren	121.856
lokales Verfahren	45.2927
globales Verfahren mit $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$	140.5191

Table: MSE Höhenkarte

- lokales Verfahren bessere Rekonstruktion

# Testfall: Mozart Statue

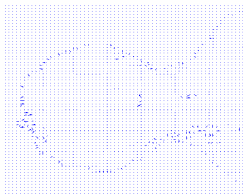


Figure: Gradientenfeld Mozart Statue

- Schwierigkeitsgrad mittel
- reales Objekt

# Testfall: Mozart Statue

- Rekonstruktionen

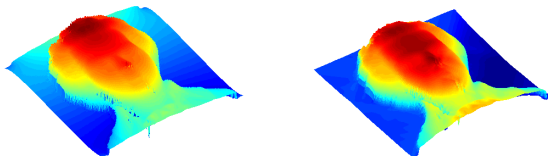


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- erkennbare Rekonstruktion des Gesichtes

# Testfall: Mozart Statue

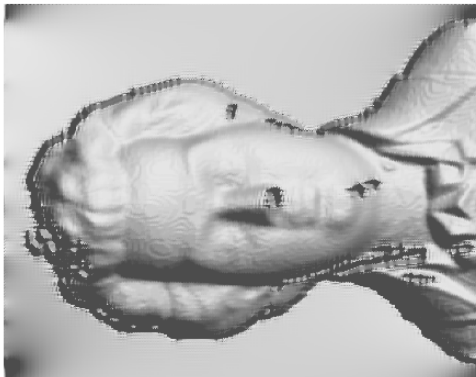


Figure: beleuchtete Rekonstruktion

# Testfall: Mozart Statue

- gestörte Rekonstruktionen

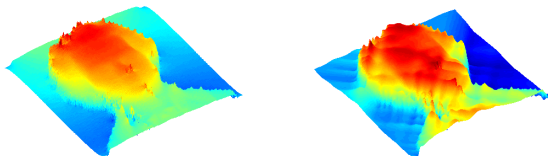


Figure: (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

- starke Deformation bei Störung

# Zusammenfassung

- **globales Verfahren:** hohe Robustheit gegenüber Störungen (regularisierende Parameter)
- bei kurvenförmigen Objekten qualitativ hochwertige Rekonstruktionsergebnisse
- aber gewisser Verlust an Details
- **lokales Verfahren:** Vorteil in Beachtung lokaler Gegebenheiten
- **Fazit:** Beide Verfahren liefern i.A. vernünftige Ergebnisse, globale Methode an einigen Stellen überlegen

# Inhaltsverzeichnis

- 1 Einleitung
  - Motivation
  - Zielsetzung der Arbeit
  - Lösungsansätze
- 2 Analyse
  - Anforderungen
  - Lokales Integrationsverfahren
  - Globales Integrationsverfahren
- 3 Tests
  - Testkriterien
  - Testfälle
  - Zusammenfassung
- 4 Zusammenfassung und Ausblick

# Zusammenfassung

- Untersuchung verschiedener Verfahren zur Rekonstruktion von Höheninformationen
- lokales und globales Verfahren implementiert und getestet
- Rekonstruktion auch aus gestörten Gradientenfeldern möglich

# Motivation

- anfängliches Beispiel der Kartierung der Venus
- Gewinnung detaillierter Höheninformationen

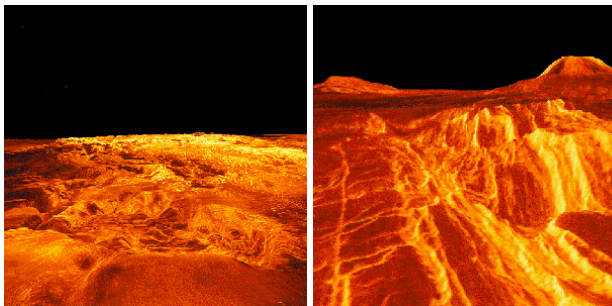


Figure: Oberflächenrekonstruktion der Venus, Quelle: [Ma]

# Ausblick

- Verwendung in automatisierter Qualitätssicherung
- *robot-vision*: Erkennung von Objekten im Raum
- Problem: fehlende Echtzeitfähigkeit

# Ausblick

- Optimierung bekannter Verfahren
- Wavelettransformation anstatt Fouriertransformation [WeKI98]
- optimale Wahl der Parameter
- intelligente Wahl von Integrationswegen (Random Walk, ...)

# Literatur



[KlSc] R. Klette und K. Schlüns.

Height data from gradient fields.

Auckland University, Berlin Technical University, Computer Science Department.



[FrCh] R. T. Frankot und R. Chellappa.

A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms.

*IEEE Transactions on pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(1988) S.439-451.



[WeKl] T. Wei und R. Klette.

Height from Gradient Using Surface Curvature and Area Constraints.

*CITR Department of Computer Science, Tamaki Campus, The University of Auckland.*



[WeKl98] T. Wei und R. Klette.

A wavelet-based algorithm for height from gradients.

*Lecture Notes in Computer Science*, 1998(2001) S.84-90.



[Ma] Magellan Mission to Venus

<http://www2.jpl.nasa.gov/magellan/>

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!  
Noch Fragen?

